3. Übung zu: Kosmologie und frühes Universum

(Abgabe: Mi., 28.5.2003)

Aufgabe 1: Neutrinohintergrund

Bei einer Energie von ca. 1 MeV entkoppelten sich Neutrinos vom Rest der Teilchen, d.h. sie wechselwirkten anschließend nicht mehr.

Aufgabe 1a: Die Verteilung der Geschwindigkeiten kühlt mit der Expansion des Universums ab. Welche Geschwindigkeit haben diese Neutrinos heute?

Stellen Sie dabei folgende Punkte dar: Welche Impulsverteilung haben die Neutrinos zum Zeitpunkt der Entkopplung? Wie ändert sich der Impuls mit der Expansion? Es kommt zum späteren Zeitpunkt der e^+-e^--Paarvernichtung zu einer Veränderung der Temperatur der übrigen Teilchen (also der Photonen). Wie groß ist diese? Von der ursprünglichen Impulsverteilung ausgehend, welche mittlere Temperatur haben die Photonen heute?

Nehmen Sie als Neutrinomasse 1 eV an.

Aufgabe 1b: Wie weit gelangen diese Neutrinos bis heute?

Die Neutrinos hatten zum Zeitpunkt der Abkopplung relativistische Geschwindigkeiten ($v \simeq c$). Dadurch ist es möglich, daß sie kleinskalige Inhomogenitäten ausgleichen. Berechnen Sie, bis zu welcher Längenskala (*free-streaming* Länge) Strukturen ausgeglichen werden?

Hinweis: Bestimmen Sie die Entfernung $l_{\mathrm{FS}}(t)$, die die Neutrinos zurücklegen

$$l_{\mathrm{FS}}(t) = a(t)\,(r(t) - r(t_i)) = a(t) \int_{t_i}^{t} \frac{v(t')}{a(t')} \mathrm{d}t'.$$

Teilen sie das Integral in drei Teile auf: $t_d < t < t_{nr}$, $t_{nr} < t < t_{eq}$ und $t_{eq} < t < t_0$, wobei t_d der Zeitpunkt der Entkopplung ist, t_{nr} der Zeitpunkt, ab dem die Neutrinos nicht-relativistisch sind, t_{eq} der Übergang vom strahlungs- zum materiedominierten Universum und t_0 die heutige Epoche ist. Sie können $t_d \ll t_{nr}$ und $t_{eq} \ll t_0$ annehmen.

Für die relativistische Epoche ist $v \simeq c$. Nutzen Sie weiterhin daß der Impuls der Neutrinos im nicht-relativistischen Universum einfach in Richtung längerer Wellenlängen rotverschoben wird, $p \propto a^{-1}$, und sich damit $v(t)$ auf die Geschwindigkeit zu einem früheren Zeitpunkt, z.B. t_{nr}, als $v(t) \propto a(nr)/a(t)$ zurückführen läßt. Beachten Sie die unterschiedlichen Beziehungen zwischen Zeit t und Skalenfaktor a für die strahlungs- und materiedominierten Epochen des Integrals.

Zeigen Sie so, daß die Entfernung sich als

$$l_{\mathrm{FS}}(t_0 \gg t_{eq}) = \frac{a_0}{a_{nr}} 2 t_{nr} \left[\frac{5}{2} + \ln \frac{a_{eq}}{a_{nr}} \right]$$

ausdrücken läßt.

Alle Skalen $l(t_0) > l_{\mathrm{FS}}(t_0)$ überleben das Free Streaming. Rechnen sie $l_{\mathrm{FS}}(t_0)$ aus .... ES FEHLT DIE ANGABE VON WERTEN ZUM AUSRECHNEN UND ERMITTELN VON 40KPC FÜR M_NEUTRINO=30eV.

Aufgabe 2: Neutrinos als einzige Dunkle Materie?

TBD