Lösung zur Übung 6

8. Juli 2010

Aufgabe 1

a)

In der linearen Störungstheorie sind Störungen in der kosmischen Expansion "eingefroren"; sie ändern nur ihre Amplitude, nicht aber ihre Stuktur. Nur die Lösung D_+ führt für große Zeiten zu einem verstärkten Dichtekontrast, D_- lässt den Dichtekontrast für große Zeiten gegen Null gehen. D_+ verstärkt Dichtekontraste.

b – d)

Siehe zu dieser Aufgabe: Schneider "Einführung in die Extragalaktische Astronomie und Kosmologie", Kap. 7.2.2
Kommentare dazu:

- $\bar{\rho} = \rho_c$, also die mittlere Dichte gleich der kritischen Dichte zu setzen, heißt, ein flaches Universum anzunehmen. Diese Annahme ist nach derzeitigen Beobachtungen sehr genau erfüllt.
- Die lineare Störungstheorie gilt zwar nur für $\delta \ll q$. Das Zurückrechnen von heutigen Dichtekontrasten ($\gg 1$) auf $z = 1100$ ist daher bedenklich. Jedoch ist es möglich von $z = 1100$ ausgehend in der Zeit vorwärts zu rechnen. Man erhält so einen erwarteten Dichtekontrast bei $z = 0$ von $\delta \approx 10^{-2} \ll 1$ (also im Bereich der linearen Störungstheorie). Dieser Wert stimmt aber nicht mit dem heute gemessenen Wert überein und man kann daher darauf schließen, dass es schon bei $z = 1100$ größere Dichtekontraste gegeben haben muss – und zwar in der Dunklen Materie.
- $a(t) \propto (t/t_0)^{2/3}$ gilt streng nur für ein materiedominiertes Universum, also nicht bei $z = 0$, wo wir ein Dunkle-Energie-dominiertes Universum haben. Der Fehler in der Näherung kann aber das Dichtekontrast-Problem nicht lösen, die Dunkle Materie ist dennoch vonnöten.

Aufgabe 2

a)

Berechne die freie Weglänge für Galaxienkollisionen aus $\lambda = 1/(n\sigma)$. n ist dabei die Galaxiendichte und verändert sich natürlich mit z wie $n(z) = n_0 * (1+z)^3$. σ ist der Wirkungsquerschnitt für Galaxienkollisionen und ist gegeben durch die Fläche innerhalb der die Galaxien miteinander verschmelzen, also $\sigma = \pi \cdot (2r)^2 = 4\pi r^2$. Die typische Zeit zwischen zwei Verschmelzungen ist dann gegeben durch die Zeit die Galaxien brauchen, um diese Wegstrecke zurückzulegen, also $\tau = \lambda/v = 2.5 \cdot 10^9 \text{Jahre} \cdot (1+z)^{-3}$.

b)

$\tau(z = 0) = 2.5 \cdot 10^9 \text{Jahre}$; $\tau(z = 3) = 5 \cdot 10^7 \text{Jahre}$

c)

Die Anzahl Verschmelzungen zwischen z=1 und z=0 ist gegeben durch

$$N = \int_{t(z=0)}^{t(z=1)} \frac{1}{\tau(z)} dt = \int_0^1 \frac{1}{\tau(z)} \frac{dt}{dz} dz = 4.7$$

Kommentare dazu:

- Wenn zwei Galaxien verschmelzen, ist am Schluss eine weniger da. Dies wird bei der hier in der Übungsaufgabe geforderten Abschätzung nicht berücksichtigt und macht in der Tat seit $z = 1$ auch "nur" etwa einen Faktor 2 aus. Wollte man es berücksichtigen, erhielte man eine Differentialgleichung für die Anzahl der Galaxien, die zu lösen als Fleißaufgabe bleibt. :-)
- Die tatsächliche Zahl der Verschmelzungen zwischen z=1 und heute war für massereiche Galaxien etwa 1.