

Übungsaufgaben Einführung in die Astronomie II

Blatt 5 fällig für die Übungen am 16.06. (Ü1+Ü2) bzw. 23.06.2010 (Ü3+Ü4)

Aufgabe 1

In dieser Aufgabe geht es darum auszurechnen, wie viel Zeit zwischen zwei Epochen (z_1 und z_2) vergangen ist.

a) Etabliere den Zusammenhang zwischen $a(t) = (1+z)^{-1}$ und den kosmologischen Parametern. Vereinfache die Gleichung 4.3 in Schneider

$$\begin{aligned} \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 &= H^2(t) \\ &= H_0^2 \left[a^{-4}(t)\Omega_r + a^{-3}(t)\Omega_m \right. \\ &\quad \left. + a^{-2}(t)(1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda) + \Omega_\Lambda \right] \end{aligned}$$

für den Fall, dass Ω_m dominiert und $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$ ist und leite dann die Lösung $a(t)$ als Funktion von H_0 unter der Annahme $\Omega_m = 1$ her; $H_0 = 72 \text{ km/s/Mpc}$.

- b) Wie alt war das Universum zum Zeitpunkt der sog. Rekombination bei $z \approx 1100$?
- c) Wie alt war das Universum zum Zeitpunkt $z \sim 7$, wo wir die frühesten Objekte sehen?
- d) Wie viel Zeit lag zwischen $z = 4$ und $z = 5$?

Aufgabe 2

a) Zeige explizit, dass Schwarzkörperstrahlung durch die Expansion des Universums eine Schwarzkörperstrahlung bleibt, aber mit $T \sim (1+z)$.

Hinweis: Betrachte die Änderung der Volumendichte der Photonen und die Energieänderung der einzelnen Photonen.

b) Heute ist die kosmische Hintergrundstrahlung ein Schwarzkörper mit $T = 2.7 \text{ K}$. Was ist die Anzahl der Photonen pro m^3 (über alle Frequenzen integriert)?

c) Die Photonendichte kann vereinfacht dadurch abgeschätzt werden, dass man die Gesamtenergie der Photonen/ Volumen ausrechnet und durch die „typische“ Photonenenergie teilt (d.h. man nimmt die Photonenenergie beim Maximum der Planck-Kurve). Wie verhält sich diese Zahl zur Anzahldichte von Nukleonen (\approx Protonen) n_p (heute) $\sim 1 \text{ m}^{-3}$?

d) Als das Universum noch so heiß war, dass es praktisch vollkommen ionisiert war (z. B. $z = 2000$), war die freie Weglänge von Photonen durch die sog. Thompson-Streuung begrenzt. Der Wirkungsquerschnitt pro Elektron für diesen Streuprozess ist $\sigma_T = 7.9 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$. Wie lang war die freie Weglänge von Photonen bei $z = 2000$?

Hinweise: $n_e \approx n_p$ und alle Dichten skalieren mit $(1+z)^{-3}$.