1. Übung zu: Astronomie & Astrophysik II

(Abgabe: Do., 22.4.2004)

Aufgabe 1.1: Kühlen von Weißen Zwergen

Weiße Zwerge (WZ) leuchten auch nachdem sie ihre Hülle abgestoßen haben. Die Energie dazu kommt weitgehend aus der thermischen Energie der verbliebenen Ionen – da die Elektronen des Sterns bereits einen entarteten Zustand erreicht haben, kann kaum mehr Energie aus einer weiteren Kontraktion gewonnen werden. Sie sollen erst die thermische Energie eines WZ berechnen und dann von dieser auf die mögliche Leuchtdauer schließen.

a) Gegeben sei die Wärmekapazität pro Ion c_i (angenommen nur als Funktion der Temperatur)

$$U_i = \int c_i dT.$$

Nehmen Sie $c_i = 3/2k$ für ein nichtentartetes monoatomares Gas an und stellen Sie die Gesamtwärmekapazität (oder thermischen Energie) U für einen WZ der Masse M, Temperatur T und bestehend aus Ionen der effektiven Masse $A \cdot m_u$ mit $A = 5$ auf.

b) Wie groß ist die Wärmekapazität für $T = 10^7\,\mathrm{K}$ und $M = 1\,\mathrm{M}_\odot$?

c) Wie verhält sich dieser Wert zur bolometrischen Abstrahlung der Sonne?

d) Durch die Abstrahlung nimmt die thermische Energie des WZ ständig ab. Stellen Sie eine Beziehung zwischen der Änderung der thermischen Energie $-dU/dt$ und der Leuchtkraft L des WZ her. Nehmen Sie an, daß die Leuchtkraft proportional zu $T^{3.5}$ und der Masse ist, mit einer Proportionalitätskonstanten $C = 2 \cdot 10^6\ \mathrm{erg\,s^{-1}\,M_\odot^{-1}}$.

e) Bestimmen Sie die Abkühlzeit $\tau = (t - t_0)$ durch Integration, nehmen Sie dabei an, daß $T(t_0) \gg T(t)$ ist und drücken Sie τ durch die Leuchtkraft aus.

f) Wie groß ist τ für $L = 10^{-3} L_\odot$, sowie T und M wie in Teil c)? Was bedeutet das für die Beobachtbarkeit von WZ?

Aufgabe 1.2: Neutrinos von SN1987a

Mit dem Ende der Fusion eines Sterns versiegt auch die nach außen gerichtete Kraft, die, gegen die Gravitationskraft gerichtet, den Stern stabil gehalten hat. Sterne mit Massen von $\sim$8 bis $\sim$25 $\mathrm{M}_\odot$ kollabieren daraufhin unter dem Einfluß der Gravitation bis zu einem sehr viel kleineren Radius, an dem die Entartung von Neutronen dem Kollaps einen weiteren Widerstand entgegensetzt. Sie werden zu Neutronensternen. In diesem Kollaps wird ein Teil der Masse der Stern in einer Supernova-Explosion abgestoßen, wobei sehr große Mengen Energie frei werden.

a) Angenommen der Kern des massereichen Sterns, Kernmasse $M = 1.4\,\mathrm{M}_\odot$, fällt von einem Radius $r_i = 1000$ km auf einen Radius $r_f = 10$ km zusammen. Zeigen Sie, daß die dabei freiwerdende Energie $\sim 3.1 \cdot 10^{53}$ erg beträgt, unter der Annahme, daß jeweils vor als auch nach dem Kollaps die Dichte in allen Teilen des Kerns konstant ist.

b) $\sim$99% der Energie in einer Supernova wird in Form von Neutrinos abgestrahlt, die bei der Umwandlung von normalen Elementen in Neutronen beim Kollaps entstehen. Die Supernova SN 1987a ist $5.1 \cdot 10^4$ pc von der Erde entfernt. Berechnen Sie, wieviele Neutrinoereignisse von SN 1987a man in Experimenten auf der Erde erwarten konnte. Nehmen Sie als Energie die obigen $3.1 \cdot 10^{53}$ erg an, als Neutrinoenergie $E_\nu = 20\,\mathrm{MeV}$, als Detektorfläche $500\,\mathrm{m}^2$ und eine Nachweiswahrscheinlichkeit von 10^{-16}.